

## 9. gyakorlat

### Konvexitás, aszimptoták és L'Hospital-szabály

**F1.** Adjuk meg azokat az intervallumokat, amelyeken az  $f$  függvény konvex, illetve konkáv. Van-e a függvénynek inflexiós pontja?

(a)  $f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 36x \quad (x \in \mathbb{R}),$

(b)  $f(x) = \frac{x^3}{x-1} \quad (x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}).$

**F2.** Van-e az  $f$  függvénynek aszimptotája  $(+\infty)$ -ben, illetve  $(-\infty)$ -ben? Ha igen, akkor határozzuk meg:

(a)  $f(x) = \frac{x^2 + 9}{x} \quad (x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}),$

(b)  $f(x) = x^3 - x^2 - 2x \quad (x \in \mathbb{R}),$

(c)  $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + 1} \quad (x \in \mathbb{R}),$

(d)  $f(x) = \sqrt{4x^2 + 3x + 1} \quad (x \in \mathbb{R}).$

**F3.** A L'Hospital-szabály alkalmazásával számítsuk ki az alábbi határértékeket. Azt is állapítsuk meg, hogy milyen típusú „kritikus” határértékről van szó.

(a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(2x - 4)}{\operatorname{tg}(x - 2)},$

(b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x)}{3x},$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x},$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right).$