

## 5. gyakorlat

### Mátrixok rangja és determinánása

1. Határozzuk meg a

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & 4 & 2 \\ -3 & 1 & 6 & 3 \end{bmatrix}$$

mátrix rangját.

2. Hány lineárisan független vektor választható ki a

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

vektorok közül?

3. Számítsuk ki az alábbi mátrixok determinánását.

$$(a) \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad (b) \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad (c) \begin{bmatrix} -1 & -1 & -3 & 2 \\ 3 & 2 & 10 & 7 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

4. Milyen  $p$  valós paraméterek esetén invertálható az alábbi mátrix?

$$\begin{bmatrix} 2 & -5 & 9 \\ -1 & 3 & -5 \\ 3 & -9 & p \end{bmatrix}$$

Egy alkalmas  $p$  esetére írjuk fel a mátrix inverzét is.

5. Oldjuk meg Cramer-szabállyal a következő egyenletrendszert.

$$\begin{aligned} 3x + 2y + z &= 7 \\ 2x - y - 3z &= -4 \\ -x + 3y + 5z &= 10 \end{aligned}$$

### Házi feladatok

6. Hány lineárisan független vektor választható ki az alábbi vektorok közül?

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

7. Számítsuk ki az alábbi mátrix determinánsát.

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 8 & -2 \\ 3 & 4 & 1 & 5 \\ 0 & 5 & 0 & -2 \\ -2 & 1 & 6 & 4 \end{bmatrix}$$