Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Gépészmérnöki Kar

Energetika és Mechatronika BSc szakok

Matematika A2H - Pót-I. Zh. Q csoport / feladatsor

Dátum: 2016. május 11. Munkaidő: 45 perc

Hallgató Neptun kódja és neve: .

1.) (3 pont) Milyen $p > 0$ paraméterértékek esetén lesz konvergens a $\sum_{n=1}^{\infty} \mathrm{sh}^{\,p}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$ numerikus sor?

2.) (3 pont) Mondja ki az összehasonlító kritériumot, és ennek következményét, az ún. speciális összehasonlító kritériumot is (ami arra az esetre vonatkozik, amikor $\sum_n a_n$, $\sum_n b_n$ pozitív tagú sorok, és $a_n/b_n \to c$ $(n \to \infty)$, ahol c egy véges, nem-nulla határérték)!

3.) (3 pont) Határozza meg $e^{0,2}$ értékét négy tizedesjegyre pontosan!

4.) (5 pont) Legyen $F(x) := \frac{\pi - x}{2}$ a $(0, 2\pi)$ intervallumon, 0 a $k\pi$ alakú pontokban, és 2π-vel periodikus. (Útmutatás: Rajzoljuk fel a függvényt, és vegyük észre, hogy páratlan!)

a.) Fejtsük Fourier-sorba az F függvényt!

b.) Konvergens-e a sor, és ha igen, akkor mi a határértéke? Indokolja is állítását!

c.) Határozzuk meg $F(\pi/2)$ értékéből a $\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{2m+1}$ alternáló sor értéket!

5.) (2 pont) Számítsa ki $\mathbb{R}^6$-ban az $\mathbf{a} := \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ és a $\mathbf{b} := \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ vektorok szögét!

6.) (4 pont) Keressük meg az összes olyan lineáris kombinációt, amellyel $\mathbb{R}^4$-ben a $\mathbf{b} := \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ vektort az $\mathbf{u} := \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{v} := \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{w} := \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ és a $\mathbf{z} := \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ vektorok lineáris kombinációjaként állíthatjuk elő.

Az alábbi értékelési táblázatot a dolgozatot javító oktató tölti ki!

1. feladat	2. feladat	3. feladat	4. feladat	5. feladat	6. feladat	Összesen

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Gépészmérnöki Kar

Energetika és Mechatronika BSc szakok

Matematika A2H – Pót-I. Zh. – Megoldások – Q csoport

1.) (3 pont) Mivel $\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sh} x}{x} = 1$, azért a sor tagjaira $\lim_{n\to\infty} \frac{\operatorname{sh}^p(1/\sqrt{n})}{(1/\sqrt{n})^p} = 1$, tehát a speciális összehasonlító kritérium értelmében a sor akkkor és csak akkor konvergál, ha a $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-p/2}$ sor konvergens. A határ a harmonikus sor: ha $p/2 \le 1$ (azaz ha $p \le 2$) akkor a sor divergens, míg ha $p/2 > 1$ (azaz ha $p > 2$) akkor a sor konvergens.

2.) (3 pont) Összehasonlító krit.: Ha $\exists K$ konst. és $M \in \mathbb{N}$, hogy $|x_k| \le K y_k$ $(k \ge M)$,

– és ha továbbá $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} y_k < \infty$, akkor $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} x_k$ is (abszolút) konvergens **(Majoráns kritérium)**;

– ha pedig továbbá $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} x_k$ divergens, akkor $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} y_k$ is divergens **(Minoráns kritérium)**.

Ennek következménye a **Speciális összehasonlító kritérium**: Ha $a_k, b_k > 0$ és $\displaystyle\lim_{k\to\infty} \frac{a_k}{b_k} = c$ véges, és $c \ne 0$, akkor $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} a_k < \infty \Leftrightarrow \sum_{k=1}^{\infty} b_k < \infty$ (a két sor *ekvikonvergens*).

3.) (3 pont) $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$, $|R_n(x)| = |e^x - T_n(x)| = e^{\xi} \frac{x^{n+1}}{(n+1)!}$. Könnyen látható, hogy $e^{\xi} \le e^{0,2} \le 4^{0,5} = 2$. Ebből a Taylor polinommal való közelítés Lagrange-féle maradéktagjára $|R_n(0,2)| < 2 \cdot \frac{0,2^{n+1}}{(n+1)!}$. Ez $< \frac{1}{2}10^{-4}$, ha $n = 4$: u.i. $2^6/120 \cdot 10^{-5} < 10^{-5}$.

Így $e^{0,2} \approx 1 + 0,2 + 0,2^2/2 + 0,2^3/6 + 0,2^4/24 = 1,22 + 0,004/3 + 0,0002/3 = 1,22 + 0,0042/3 = 1,2214$. (Gép által számolt érték: 1,221402758.)

4.) (5 pont) **a.)** A függvény páratlan, hiszen ha $0 \le x \le 2\pi$, akkor $-x \in [-2\pi, 0]$ és ezért $F(-x) = F(-x + 2\pi) = \frac{\pi - (-x + 2\pi)}{2} = \frac{x - \pi)}{2} = -F(x)$. Ezért a Fourier-sorában a cos-os tagok eltűnnek (0 lesz az együttahtójuk). A sin-os tagokra $b_n := \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(x) \sin(nx)\, dx$ azaz parciális integrálással $2\pi b_n = \int_0^{2\pi} (\pi - x) \sin(nx)\, dx = [(\pi - x)\frac{-1}{n} \cos(nx)]_0^{2\pi} - \int_0^{2\pi} (-1)\frac{-1}{n} \cos(nx)\, dx = 2\frac{\pi}{n} - 0$ (u.i. a $\cos(nx)$ teljes perióduson vett integrálja 0). Tehát a Fourier-sor $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n}$.

b.) Tanult tétel szerint a Fourier-sor minden pontban feltételesen konvergens F-hez, mert F szakaszonként folytonosan differenciálható, és a szakadási pontokban – ahol "ugrása" (elsőfajú szakadása) van – ott F pontosan a jobb- és baloldali határértékek számtani közepe. (A tétel szerint általában a szakadási pontokban a sor az $\frac{1}{2}(F(x+0) + F(x-0))$ számtani középhez konvergál – esetünkben ez megegyezik F értékével.)

c.) Az $x := \pi/2$ helyen tekintve a sort, $\pi/4 = F(\pi/2) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{2m+1}$.

5.) (2 pont) A vektorok skalárszorzata $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 4 + 0 + 1 + 0 + 4 + 1 = 10$, hossza $|\mathbf{a}| = \sqrt{\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}} = \sqrt{10}$ és $|\mathbf{b}| = \sqrt{\mathbf{b} \cdot \mathbf{b}} = \sqrt{4 + 1 + 1 + 9 + 4 + 1} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$. Ezért a vektorok szögére $\cos \angle(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \dfrac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}|\ |\mathbf{b}|} = \dfrac{10}{\sqrt{10}\ 2\sqrt{5}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$, és így $\angle(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \pi/4$.

6.) (4 pont) A keresett lineáris kombináció együtthatóira, mint ismeretlenekre felírva az $x_1\mathbf{u} + x_2\mathbf{v} + x_3\mathbf{w} + x_4\mathbf{z} = \mathbf{b}$ lineáris egyenletrendszert, majd ennek a bővített együtthatómátrixát, a következő bővített mátrixot kapjuk:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & | & 3 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & | & -2 \\ 1 & 3 & 5 & 2 & | & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & | & 1 \end{bmatrix}.$$

A bal felső sarokban mindjárt 1-es van, így kényelmes azt választani első vezérelemnek. Az S_2+S_1, S_3-S_1 sor-műveletekkel kinullázzuk az első oszlop együtthatóit (a megmaradó legelső kivételével persze), majd ebből $S_3 - S_2$ és $S_4 - S_2$, végül $S_1 - S_2$ után a következőt kapjuk:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & | & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & | & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & | & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & | & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & | & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & | & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & | & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & | & 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 & | & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & | & 1 \end{bmatrix}.$$

Ez már a redukált lépcsős forma, amelyből leolvasható, hogy x_3 és x_4 nincsen megkötve, szabadon megválaszthatóak, míg $x_2 = 1 - 2x_3 - x_4$ és $x_1 = 1 + x_3 + x_4$. Legyenek mondjuk $x_3 = s$, $x_4 = t$ $(s, t \in \mathbb{R})$, akkor $x_1 = 1 + s + t$ és $x_2 = 1 - 2s - t$.

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Gépészmérnöki Kar

Energetika és Mechatronika BSc szakok

Matematika A2H - Pót-I. Zh. R csoport / feladatsor

Dátum: 2016. május 11. Munkaidő: 45 perc

Hallgató Neptun kódja és neve: .

1.) (3 pont) Konvergens-e a $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2-n+3}}{5n^4-4n^2+3}$ numerikus sor? Indokoljon is!

2.) (2 pont) Igazoljuk, hogy tetszőleges *komplex* értékekre is fennáll a valósból jól ismert $\sin 4z = 4\cos z \sin z \cos 2z$ azonosság! (Az azonosság *valós* értékekre felhasználható.)

3.) (4 pont) Számítsuk ki a $G(x) := \int_0^x e^{-t^2/2}\, dt$ Gauss-függvényt (normális eloszlásfüggvényt) négy tizedesjegyre pontosan az $x = 1$ helyen!

4.) (5 pont) Értelmezzük a H függvényt úgy, hogy $H(x) := |x|$ ha $-\pi \le x \le \pi$, és H 2π-vel periodikusan van kiterjesztve $\mathbb{R}$-re.

a.) Fejtse Fourier-sorba a H függvényt!

b.) Konvergens-e a Fourier-sor, és ha igen, akkor a függvényhez tart-e? Indokolja a válaszát!

c.) Határozza meg $H(\pi)$ értékéből a páratlan számok reciprokainak négyzetösszegét, azaz a $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}$ értéket!

5.) (2 pont) Számítsa ki $\mathbb{R}^6$-ban az $\mathbf{u} := \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}$ és a $\mathbf{v} := \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \\ 4 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix}$ vektorok szögét!

6.) (4 pont) Keresse meg az összes olyan lineáris kombinációt, amellyel $\mathbb{R}^4$-ben a $\mathbf{b} := \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}$ vektor a $\mathbf{p} := \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix}$, $\mathbf{q} := \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \\ -5 \end{bmatrix}$, $\mathbf{r} := \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ és az $\mathbf{s} := \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ vektorok lineáris kombinációjaként állítható elő!

Az alábbi értékelési táblázatot a dolgozatot javító oktató tölti ki!

1. feladat	2. feladat	3. feladat	4. feladat	5. feladat	6. feladat	Összesen

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Gépészmérnöki Kar
Energetika és Mechatronika BSc szakok

Matematika A2H – Pót-I. Zh. – Megoldások – R csoport

1.) A speciális összehasonlító kirtériumot használjuk, amelynek értelmében pozitív tagú $\sum_n a_n$, $\sum_n b_n$ sorokra $a_n/b_n \to c \neq 0, \infty$ esetén a két sor pontosan ugyanakkor konvergens ("ekvikonvergens"). Láthatóan a fő tagok a számlálóban és a nevezőben $\sqrt[3]{n^2} = n^{2/3}$ és $5n^4$, tehát ha a feladatban szereplő sor tagjait a_n-nel jelöljük, akkor b_n-et pl. $n^{2/3}/n^4 = n^{2/3-4} = n^{-10/3}$-nak érdemes vennünk. Ekkor $\dfrac{a_n}{b_n} = \dfrac{\sqrt[3]{1-(1/n)+(3/n^2)}}{5-4/n^2+3/n^4} \to 1/5$.

Tehát az eredeti sor ekvikonvergens a $\sum_n b_n = \sum_n n^{-10/3} < \infty$ p-harmonikus sorral, ahol itt $p = 10/3 > 1$, és így a sor konvergens.

Ha a konvergenciát előre megérezzük, lehet pl. a majoráns kritériummal is érvelni. Durván becsülve, $\frac{\sqrt[3]{n^2-n+3}}{5n^4-4n^2+3}| < \frac{\sqrt[3]{8n^3}}{n^4} < \frac{2}{n^2}$, és tudjuk, hogy $\zeta(2) := \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6} < \infty$, konvergens.

2.) Legyen $S(z) := \sin 4z - 4\cos z \sin z \sin 2z$ tetszőleges komplex változóra! Ekkor S az egész komplex síkon analitikus függvény, mivel analitikus függvények összege (különbsége) és (Cauchy-)szorzata is analitikus. A valósból jól ismert azonosság értelmében $S(x) \equiv 0$ ($\forall x \in \mathbb{R}$). Ezért persze $S^{(k)}(0) = 0$ $\forall k \in \mathbb{N}$ és S 0 körüli Taylor sora (azaz Maclaurin sora) $S(z) = \displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{S^{(k)}(0)}{k!} z^k = \sum_{k=0}^{\infty} 0 z^k \equiv 0$. Tehát az azonosság fennáll komplex értékekre is.

3.) (4 pont) A $G(x) := \int_0^x e^{-t^2/2}\, dt$ Gauss-függvény explicit képlettel nem fejezhető ki, de könnyen hatványsorba fejthető az e^x illetve $e^{-t^2/2}$ hatványsora segítségével:

$G(x) = \int_0^x \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-t^2/2)^n}{n!}\; dt = \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^x = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{(-1)^n t^{2n+1}}{(2n+1)\ 2^n\ n!}\right]_0^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)\ 2^n\ n!}$, azaz $G(1) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)\ 2^n\ n!}$.

Ez egy Leibniz típusú (alternáló) sor, így az R_n hiba az $R_n := |G(1) - S_n| \leq a_{n+1}$ képlettel becsülhető: erről kell, hogy $0,5 \cdot 10^{-4}$ alatt legyen, tehát az szükséges, hogy $\frac{1}{(2n+3)\ 2^{n+1}\ (n+1)!} < 5 \cdot 10^{-4}$, azaz $10^4 < 5(2n+3)\ 2^{n+1}\ (n+1)!$ teljesüljön. Ez először $n = 3$ mellett teljesül, mert ekkor $5(2n+3)2^{n+1}(n+1)! = 5 \cdot 9 \cdot 16 \cdot 24 = 720 \cdot 24 > 10\ 000$. Az értéket kiszámítva tehát $G(1) \approx S_3 = 1 - \frac{1}{6} + \frac{1}{40} = (6 - 1 + \frac{3}{20}) : 6 = 5,15 : 6 = 0,85833\cdots \approx 0,8583$.

4.) (5 pont) **a.)** A függvény páros, ezért sora tiszta cos sor, (a sin-os együtthatók 0-k). A konstans együttható $a_0 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} |x|\ dx = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} x\ dx = \frac{1}{\pi}[x^2/2]_0^{\pi} = \frac{\pi}{2}$.

Általában $n \geq 1$-re $a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} |x| \cos nx\, dx = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} x \cos nx\, dx = \frac{2}{\pi}\left\{[x\frac{\sin nx}{n}]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} \frac{\sin nx}{n}\ dx\right\} = \frac{2}{\pi}\left\{0 + [\frac{\cos nx}{n^2}]_0^{\pi}\right\} = \frac{2}{\pi n^2}[(-1)^n - 1] = -\frac{4}{\pi n^2}$, ha $n = 2k+1$ páratlan, és $= 0$, ha $n = 2k$ páros.

Tehát H Fourier-sora $\displaystyle\frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi}\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\cos((2k+1)x)}{(2k+1)^2}$.

b) A majoráns-kritérium értelmében ez normálisan, ezért egyenletesen és abszolút konvergens, mert $\sum_n \frac{1}{n^2} < \infty$. Viszont tudjuk, hogy ha a Fourier-sor konvergens, akkor a fv. folytonossági pontjaiban a függvényértékekhez tart: tehát H-t elő is állítja a Fourier-sorfejtése. Másképpen érvelve: az előadáson tanult tétel szerint szakaszonként folytonosan differenciálható függvény Fourier-sora konvergens, és a folytonossági pontokban (itt tehát minden pontban) elő is állítja a függvényt.

c) Ezért $\pi = H(\pi) = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{4}{\pi}\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\cos((2k+1)\pi)}{(2k+1)^2}$, tehát az eredmény $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{(2k+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$.

5.) (2 pont) A két vektor skalárszorzata $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v} = -1+(-6)+0+8+0+(-24) = -23$, míg a hosszuk $|\mathbf{u}| = \sqrt{1+4+1+4+0+36} = \sqrt{46}$ és $|\mathbf{v}| = \sqrt{1+9+0+16+4+16} = \sqrt{46}$. Tehát a két vektor szögére $\cos\angle(\mathbf{u},\mathbf{v}) = \dfrac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}}{|\mathbf{u}|\ |\mathbf{v}|} = \dfrac{-23}{\sqrt{46}\sqrt{46}} = \dfrac{-23}{46} = -\dfrac{1}{2}$. Ebből $\angle(\mathbf{u},\mathbf{v}) = 2\pi/3$, illetve, ha a két vektor közötti kisebbik szöget keressük, akkor $\angle(\mathbf{u},\mathbf{v}) = \pi/3$.

6.) (4 pont) Ha $\mathbf{b} = x_1\mathbf{p}+x_2\mathbf{q}+x_3\mathbf{r}+x_4\mathbf{s}$, akkor koordinátánként felírva az egyenlőséget, egy olyan lineáris egyenletrendszert kapunk az $x_1,\dots,x_4$ ismeretlenekben, amelynek kibővített együtthatómátrixa:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ -2 & -3 & 1 & 2 & -3 \\ -3 & -5 & 1 & 4 & -4 \end{array}\right]$$

Ezt Gauss-Jordan eliminációval oldjuk meg: mindjárt a bal felső elemet vehetjük első vezérelemnek, és innen az S_3+2S_1 és S_4+3S_1 sorműveletekkel

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{array}\right] \overset{S_4-S_2,\,S_3-S_2}{\Longleftrightarrow} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \overset{S_1-2S_2,\,(-1)\cdot S_3}{\Longleftrightarrow}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -2 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right] \overset{S_1+3S_3,\,S_2-S_3}{\Longleftrightarrow} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right],$$

ami már a redukált lépcsős forma. Innen le is olvashatóak a megoldások: x_3 szabad változó – mondjuk legyen $x_3 = t$ – és $x_1 = 2x_3+1 = 2t+1$, $x_2 = -x_3+1 = -t+1$, $x_3 = t$ és $x_4 = 1$.

KORREKCIÓ !!!! Eredetileg eszerint a megoldás szerint volt elképzelve a feladat kitűzése és megoldása. De a ténylegesen kiadott feladatba bekerült egy sajtóhiba: a $\mathbf{b}$ vektor utolsó koordinátája -4 helyett a kitűzésben 4-nek van gépelve, így szerepelt a Zh-ban. **Ebből következőleg a megoldás is módosul, a kitűzésnek megfelelő változatra így néz ki:**

Ha $\mathbf{b} = x_1\mathbf{p}+x_2\mathbf{q}+x_3\mathbf{r}+x_4\mathbf{s}$, akkor ezt koordinátánként felírva, egy olyan lineáris egyenletrendszert kapunk az x_i ismeretlenekben, amelynek kibővített együtthatómátrixa:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ -2 & -3 & 1 & 2 & -3 \\ -3 & -5 & 1 & 4 & 4 \end{array}\right].$$

Ezt Gauss-Jordan eliminációval oldjuk meg: mindjárt a bal felső elemet vehetjük első vezérelemnek, és innen az S_3+2S_1 és S_4+3S_1 sorműveletekkel

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 10 \end{array}\right] \overset{S_4-S_2,\,S_3-S_2}{\Longleftrightarrow} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{array}\right],$$

ami *ellentmondásos egyenletrendszer* (maga az utolsó egyenlet ellentmondás), tehát nincs megoldása. Azaz a $\mathbf{b}$ vektor nincs benne a $[\mathbf{p},\mathbf{q},\mathbf{r},\mathbf{s}]$ altérben, $\mathbf{b}$ nem áll elő ezek lineáris kombinációjaként, nincsenek ehhez megfelelő együtthatók, az összes megoldások halmaza $\emptyset$. (A megoldás egyszerűbb lett, így a feladat érvényes marad.)