

Matematika A1a – 2019. december 16.

Elmélet ($5 \times 3 = 15$ pont)

1. Mikor nevezünk egy függvényt invertálhatónak?
2. Mondja ki a Bolzano-tételt.
3. Mondja ki a Lagrange-féle középértéktételt.
4. Mondja ki a Newton–Leibniz-tételt.
5. Definiálja a határozatlan integrál fogalmát.

Feladatok ($7 + 7 + 10 + 7 + 7 + 7 = 45$ pont)

1. Invertálható-e az $f(x) = \frac{x^3+2}{7-5x^3}$ függvény? Ha igen, adja meg az inverzét.
2. Egy teherautó üzemeltetésének költsége óránként $\frac{1}{2}v^2$ forint, ha a sebessége v km/h. A gépjárművezető bérköltsége óránként 5000 forint. Milyen sebesség mellett minimális a teherautóval történő szállítás kilométerenkénti teljes költsége?
3. Végezze el az $f(x) = x(4-x)^3$ függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet).
4. Számítsa ki a következő integrált.

$$\int \frac{\tan x}{\cos^3 x} dx$$

5. Határozza meg az $y = x^3$ és $y = \sqrt[3]{x}$ egyenletű görbék által határolt síkidom $x \geq 0, y \geq 0$ síknegyedbe eső részének területét.
6. Számítsa ki az $f(x) = xe^{-x}$, $x \in [0, 1]$ függvény grafikonja alatti terület x tengely körüli megforgatásával adódó forgástest térfogatát.