

Matematika A1a – 2020. január 6.

Elmélet ($5 \times 3 = 15$ pont)

1. Definiálja az inverz függvény fogalmát.
2. Definiálja azt a fogalmat, amelyre a $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ jelölést használjuk.
3. Ismertesse a lokális szélsőérték létezésének elsőrendű elégséges feltételét.
4. Definiálja a primitív függvény fogalmát.
5. Hogyan lehet kiszámítani egy forgástest palástjának a felszínét?

Feladatok ($7 + 7 + 10 + 7 + 7 + 7 = 45$ pont)

1. Határozza meg az

$$f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{1}{x} & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\} \\ \frac{\pi}{2} & \text{ha } x \in \{0, 1\} \end{cases}$$

függvény szakadási helyeit és azok fajtáit.

2. Egy üzemben havi x darab termék előállításának teljes költsége $25000 + 10x^2$ forint, az elkészült termékeket darabonként 5000 forint áron lehet értékesíteni. Milyen mennyiség mellett maximális a nyereség?
3. Végezze el az $f(x) = \frac{5}{1 + e^x}$ függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet).
4. Számítsa ki a következő integrált.

$$\int \frac{(\sqrt{x} + 1)^2}{x\sqrt{x}} dx$$

5. Számítsa ki a következő integrált.

$$\int_0^\pi x \sin x dx$$

6. Számítsa ki a következő integrált.

$$\int_1^\infty \frac{1}{x(x+1)} dx$$