

## Matematika A1a – 2020. január 20.

Elmélet ( $5 \times 3 = 15$  pont)

1. Mondja ki a kis Bézout-tételt.
2. Definiálja azt a fogalmat, amelyre a  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  jelölést használjuk.
3. Mikor nevezünk egy függvényt differenciálhatónak?
4. Definiálja a határozatlan integrál fogalmát.
5. Hogyan lehet kiszámítani egy valós függvény grafikonjának ívhosszát?

Feladatok ( $7 + 7 + 10 + 7 + 7 + 7 = 45$  pont)

1. Határozza meg az  $x^4 - x^3 - 5x^2 + 3x + 2$  polinom összes valós gyökét.
2. Egy cég a termékét darabonként 1000 forint költséggel tudja előállítani és 1100 forint áron értékesíteni. Egy piackutatás megállapította, hogy az árat  $x$  forinttal csökkentve az eladások  $2x$  százalékkal növekednének. Mennyivel érdemes csökkenteni az árat, hogy a teljes nyereség maximális legyen?
3. Végezze el az  $f(x) = x^2 \ln x$  függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet).
4. Számítsa ki a következő integrált.

$$\int (x^2 - 1) \cos(2x) dx$$

5. Számítsa ki a következő integrált.

$$\int_1^{20} \frac{2}{\sqrt[3]{x+7}} dx$$

6. Számítsa ki az  $f(x) = 7+3x$ ,  $x \in [-1, 1]$  függvény grafikonjának az  $x$  tengely körüli megforgatásával adódó forgásfelület felszínét (palást).