

Matematika A1a – 2020. január 27.

Elmélet ($5 \times 3 = 15$ pont)

1. Mikor nevezünk egy függvényt monoton csökkenőnek?
2. Mondja ki a Weierstrass-tételt.
3. Ismertesse a lokális szélsőérték létezésének (elsőrendű) szükséges feltételét.
4. Hogyan lehet kiszámítani egy forgástest térfogatát?
5. Definiálja a primitív függvény fogalmát.

Feladatok ($7 + 7 + 10 + 7 + 7 + 7 = 45$ pont)

1. Határozza meg az

$$f(x) = \begin{cases} \frac{8-2x}{x^2-5x+4} & \text{ha } x \in \mathbb{R} \setminus \{1, 4\} \\ 0 & \text{ha } x \in \{1, 4\} \end{cases}$$

függvény szakadási helyeit és azok fajtáit.

2. Egy üzemben havi x darab termék előállításának teljes költsége $75000 + 10x^2$ forint, az elkészült termékeket darabonként 4000 forint áron lehet értékesíteni. Milyen mennyiség mellett maximális a nyereség?
3. Végezze el az $f(x) = xe^{-2x}$ függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet).
4. Számítsa ki a következő integrált.

$$\int \frac{2}{x^2 + 3x} dx$$

5. Számítsa ki a következő integrált.

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$$

6. Mennyi az $f(x) = \left(\frac{x}{3} - 4\right)^{3/2}$, $x \in [12, 27]$ függvény grafikonjának ívhossza?