

1. vizsga

1. Mikor nevezünk egy függvényt monoton csökkenőnek? (3 pont)
2. Definiáljuk azt a fogalmat, melyre a $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$ jelölést használjuk. (3 pont)
3. Mondjuk ki a Bolzano-tételt! (3 pont)
4. Egészítsük ki a következő definíciót! (3 pont)
Az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) az $x_0 \in D_f$ pont _____, ha a függvény x_0 -ban nem folytonos.
5. Melyik a helyes tétel? (3 pont)
 - (a) Ha az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ kétszer differenciálható függvénynek ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) x_0 -ban lokális maximuma van, akkor $f'(x_0) = 0$ és $f''(x_0) < 0$.
 - (b) Ha az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ kétszer differenciálható függvényre ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) $f'(x_0) = 0$ és $f''(x_0) \leq 0$, akkor a függvénynek x_0 -ban lokális maximuma van.
 - (c) Ha az $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ kétszer differenciálható függvényre ($D_f \subseteq \mathbb{R}$) $f'(x_0) = 0$ és $f''(x_0) < 0$, akkor a függvénynek x_0 -ban lokális maximuma van.
6. Invertálható-e az $f(x) = (x - 2)^3 + 5$ függvény ($x \in \mathbb{R}$)? Ha igen, adjuk meg az inverzét! (6 pont)
7. Kati gyertyákat árul az adventi vásárban. Ha x forintért ad egy darabot, akkor a vásárlók $(100 - x)\%$ -a vesz egyet. Mennyiért árulja darabját, hogy a lehető legnagyobb legyen a haszna? A gyertya előállítási költsége 30 forint darabonként. (7 pont)
8. Végezzük el az $f(x) = \frac{2e^x}{3 + e^x}$ függvény teljes függvényvizsgálatát (értelmezési tartomány, zérushely, paritás, periodicitás, határértékek, aszimptoták, monotonitás, lokális szélsőértékek, konvexitás, ábrázolás, értékkészlet). (12 pont)
9. Melyik az az $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, amelyre $f'(x) = \ln(x)$, továbbá $f(1) = 2$? (7 pont)
10. (6 pont)
$$\int_{\pi^2}^{4\pi^2} \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = ?$$
11. Határozzuk meg az $y = x^2 - 3$ parabola és az $y = 2x$ egyenes által közrezárt (korlátos) síkidom területét. (7 pont)