

Matematika A2a – Vektorfüggvények elmélet

2023/2024/1

D00 kurzus

1. Definiálja egy függvény 1. típusú improprius integrálját. Mikor nevezzük az integrált konvergensenek illetve divergensenek?
2. Definiálja egy függvény 2. típusú improprius integrálját egy $[a, b]$ intervallumon, ha f nem korlátos a -ban. Mikor nevezzük az integrált konvergensenek illetve divergensenek?
3. Mit nevezünk a komplex számok halmazának?
4. Mit nevezünk egy komplex szám algebrai alakjának? Mi a képzetes illetve valós része a számnak? Hogyan ábrázoljuk a komplex számokat a komplex számsíkon?
5. Hogyan definiáljuk egy komplex szám összegét illetve különbségét? Mi a két művelet geometriai jelentése?
6. Hogyan definiáljuk egy komplex szám konjugáltját és hosszát? Mondja ki a két művelet közötti algebrai összefüggést.
7. Hogyan számítjuk ki két algebrai alakban megadott komplex szám hányadosát?
8. Definiálja, mit értünk egy komplex szám trigonometrikus alakján.
9. Hogyan számítjuk ki két komplex szám szorzatát és hányadosát, ha trigonometrikus alakban vannak megadva? Mi a szorzás művelet geometriai jelentése?
10. Hogyan számítjuk egy komplex szám n -edik gyökeit?
11. Mondja ki az algebra alaptételét.
12. Definiálja a vektor fogalmát. Mit nevezünk egy adott irányba mutató egységvektornak?
13. Mit nevezünk két 3-dimenziós vektor skalárszorzatának? Mondja ki a definíciót. Hogyan számítjuk a vektorszorzatot a vektorkoordináták segítségével?
14. Mit nevezünk két 3-dimenziós vektor vektoriális szorzatának? Mondja ki a definíciót. Hogyan számítjuk a vektorszorzatot a vektorkoordináták segítségével?
15. Mit nevezünk három 3-dimenziós vektor vegyesszorzatának? Mi a vegyesszorzat geometriai jelentése?
16. Írja fel annak az egyenesnek a paraméteres egyenletrendszerét, melynek adott egy pontja $A(a_x, a_y, a_z)$ és az irányát megadó vektor $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$.
17. Mit nevezünk egy adott ponton átmenő n normálvektorú sík egyenletének? Mi a sík Hesse féle normálalakja?
18. Mondja ki a vektortér definícióját.

19. Mit nevezünk k darab vektor lineáris kombinációjának?
20. Mit értünk k darab vektor lineáris függetlensége és összefüggősége alatt?
21. Mikor nevezünk egy vektorteret n -dimenziósnak? Mi a bázis egy vektortérben?
22. Mik egy vektor adott bázisra vett koordinátái?
23. Mit nevezünk egy vektortér alterének? Mi az alter dimenziója? Mi a valódi alter?
24. Mit nevezünk $m \times n$ -es mátrixnak? Mikor lesz egy mátrix négyzetes, szimmetrikus illetve diagonális?
25. Mit nevezünk két mátrix összegének? Sorolja fel a művelet három tulajdonságát.
26. Hogyan definiáljuk egy mátrix transzponáltját? Sorolja fel a művelet három tulajdonságát.
27. Mit értünk két mátrix szorzata alatt? Sorolja fel a művelet három tulajdonságát.
28. Definiálja a négyzetes mátrixok determinánsát (rekurzív definíció).
29. Mondja ki a determinánsok szorzástételét. Hogyan számítjuk egy mátrix transzponáltjának és inverzének determinánsát?
30. Milyen elemi sorműveleteket alkalmaztunk egy mátrix lépcsős alakra hozásakor? Hogyan változtatják ezek a mátrix determinánsát?
31. Definiálja az inverzmátrixot. Ismertesse az inverz egyik kiszámítási módszerét.
32. Írja fel általánosan a lineáris egyenletrendszerek mátrixos alakját. Mikor nevezünk egy egyenletrendszert homogénnek?
33. Milyen megoldási módszereket választhatunk lineáris egyenletrendszer esetén, ha az egyenletrendszer mátrixa reguláris? Ismertesse ezeket.
34. Ismertesse a mátrixrang fogalmát. Hogyan számítjuk ki egy mátrix rangját?
35. Ismertesse a Gauss-elimináció menetét. Hogyan függ az együttható mátrix és a kibővített mátrix rangjától az egyenletrendszer megoldhatósága?
36. Mit nevezünk egy négyzetes mátrix sajátértékeinek és sajátvektorainak?
37. Mit mondhatunk el a szimmetrikus mátrixok sajátértékeiről és sajátvektorairól?
38. Mikor nevezünk egy mátrixot diagonalizálhatónak? Milyen feltétel mellett diagonalizálható egy mátrix?
39. Hogyan definiáljuk az ortogonális mátrixokat? Mit mondhatunk az ortogonális mátrixok inverzéről?
40. Ismertesse a kétváltozós függvény fogalmát. Mit nevezünk egy kétváltozós valós függvény szintvonalának?
41. Definiálja egy kétváltozós függvény határértékét egy megadott pontban. Mikor nevezünk egy kétváltozós függvényt folytonosnak egy pontban?
42. Mit nevezünk egy többváltozós függvény parciális deriváltjainak? Mi egy kétváltozós függvény gradiensvektora?
43. Írja fel általánosan egy kétváltozós függvény adott pontbeli érintősíkjának egyenletét.
44. Mit nevezünk egy kétváltozós függvény pontbeli adott irány menti deriváltjának?
45. Mi a totális derivált, mikor lesz egy többváltozós függvény totálisan deriválható?
46. Mondja ki a kétváltozós függvények totális deriválhatósága, a parciális deriváltak és a függvény folytonossága közötti kapcsolatokra vonatkozó tanult tételleket.

47. Mit nevezünk egy kétváltozós függvény Hesse mátrixának? Mit mond ki a Young-tétel?
48. Mit nevezünk egy vektorfüggvény Jacobi-mátrixának?
49. Ismertesse a vektorfüggvényekre vonatkozó általános láncszabályt.
50. Mit nevezünk egy többváltozós függvény lokális minimum- illetve maximumhelyének?
51. Mi a többváltozós függvényekre a lokális szélsőérték létezésének szükséges feltétele? Mit jelent ez a kétváltozós függvények grafikonjára nézve?
52. Mik egy függvény stacionárius pontjai? Milyen feltétel mellett lesz egy stacionárius pont lokális minimum- illetve maximumhely?
53. Mit nevezünk numerikus sornak? Mikor lesz egy sor konvergens illetve divergens?
54. Mi egy numerikus sor konvergenciájának szükséges feltétele? Teljesül-e ez a harmonikus és az alternáló harmonikus sor esetében? Válaszát indokolja.
55. Mit nevezünk Leibniz-sornak? Mit tudunk a Leibniz-sorok konvergenciájáról?
56. Hogyan definiáljuk a pozitív tagú sorokat? Mondja ki a pozitív tagú sorokra vonatkozó minoráns és majoráns kritériumot.
57. Mondja ki a pozitív tagú sorokra vonatkozó hányados- és gyökkritériumot.
58. Definiálja az abszolút és a feltételesen konvergens sort. Mondja ki a konvergencia és abszolút konvergencia kapcsolatára vonatkozó tételt.
59. Hogyan definiáljuk egy függvénysor pontonkénti illetve egyenletes konvergenciáját?
60. Mondja ki a függvénysorokra vonatkozó Weierstrass-kritériumot.
61. Mit nevezünk hatványsornak?
62. Mondja ki a hatványsorokra vonatkozó Cauchy–Hadamard tételt.
63. Mit nevezünk egy függvény x_0 pont körüli Taylor-sorának?