

Név:

Neptun:

E1.	E2.	E3.	E4.	E5.		
1.	2.	3.	4.	5.	6.	$\Sigma$

E1. Definiálja egy függvény 2. típusú improprius integrálját egy  $[a, b]$  intervallumon, ha  $f$  nem korlátos  $a$ -ban. Mikor nevezzük az integrált konvergensnek illetve divergensnek? (3 pont)

E2. Mit értünk két mátrix szorzata alatt? Sorolja fel a művelet három tulajdonságát. (3 pont)

E3. Mit mondhatunk el a szimmetrikus mátrixok sajátértékeiről és sajátvektorairól? (3 pont)

E4. Mit nevezünk egy többváltozós függvény parciális deriváltjainak? Mi egy kétváltozós függvény gradiensvektora? (3 pont)

E5. Mi egy numerikus sor konvergenciájának szükséges feltétele? Teljesül-e ez a harmonikus és az alternáló harmonikus sor esetében? Válaszát indokolja. (3 pont)

1. Számítsa ki az  $\int_0^{\infty} f(x) dx$  integrált, ahol  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4x + 3}$ . (7 pont)

2. Számítsa ki az  $A$  mátrix determinánsát. (7 pont)

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 7 & -3 \\ 0 & 1 & 5 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & -4 \end{bmatrix}$$

3. Határozza meg az  $f(x, y) = \sqrt{4 + x^2 + y^2}$  függvény  $P(3, 6)$  pontbeli érintősíkjának egyenletét. (7 pont)

4. Tekintsük az  $a_n = (-1)^{3n} \frac{2n^2 + 1}{n^4 + 3n}$  sorozatot. Abszolút konvergens, feltételesen konvergens vagy divergens a belőle képzett  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  sor? (8 pont)

5. Határozza meg az  $f(x) = \frac{6}{2x + 3}$  függvény  $x_0 = 0$  középpontú Taylor-sorát és annak konvergenciatartományát. (8 pont)

6. Az integrálás sorrendjének felcserélésével számítsa ki az  $\int_0^1 \int_0^{1-x} e^{y^2 - 2y} dy dx$  integrált. (8 pont)