

# Matematika A2c gyakorlat

Vegyésmérnöki, Biomérnöki, Környezetmérnöki szakok, 2017/18 ősz

## 11. feladatsor: Többváltozós függvények integrálása

---

1. Számoljuk ki:

a)  $\int_A xy \, dT$ ,  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$

b)  $\int_A x \sin xy \, dT$ ,  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}\}$

c)  $\int_A x \, dT$ ,  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 \leq y \leq x + 2\}$

2. Cseréljük fel az integrálás sorrendjét, és számoljuk ki az alábbi integrálokat.

a)  $\int_0^1 \int_{y^2}^1 y \sin x^2 \, dx \, dy$

b)  $\int_0^1 \int_{2y}^2 4 \cos(x^2) \, dx \, dy$

3. Számoljuk ki:

a)  $\int_A \frac{1}{1+x^2} \, dT$ ,  $A$  a  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$  és  $(1, 0)$  csúcsú háromszög

b)  $\int_A \frac{x}{\sqrt{1+y^2}} \, dT$ ,  $A = \{(x, y) \mid x \geq 0, x^2 \leq y \leq 4\}$

4. Számítsuk ki az  $\iiint_V xy^2z^3 \, dV$  integrál értékét, ha az első ténnyolcadba eső  $V$  korlátos térrész határai a  $z = xy$  egyenletű felület, valamint a  $z = 0$ ,  $x = 1$ ,  $y = 0$ ,  $y = x$  egyenletű síkok.

### További gyakorló feladatok

5. Számoljuk ki:

a)  $\int_A \frac{x^2}{y^2} \, dT$ ,  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{1}{x} \leq y \leq x, 0 \leq x \leq 2\}$

b)  $\int_A y \sin x^2 \, dT$ ,  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq \sqrt{x}, 0 \leq x \leq 1\}$

6. Cseréljük fel az integrálás sorrendjét, és számoljuk ki az alábbi integrálokat.

a)  $\int_0^2 \int_{y/2}^1 e^{x^2} \, dx \, dy$

b)  $\int_0^8 \int_{\sqrt[3]{x}}^2 \frac{1}{y^4 + 1} \, dy \, dx$

7. Számoljuk ki:

a)  $\int_A xy \, dT$ ,  $A$  az  $y = 0$ ,  $y = 6 - x$  és  $y = \sqrt{x}$  görbékkel határolt korlátos alakzat

b)  $\int_A (\sin^2 x - y^2) \, dT$ ,  $A = \{(x, y) \mid y^2 \leq \sin^2 x, 0 \leq x \leq \pi\}$

8. Számítsuk ki a megadott felületekkel határolt korlátos térrész térfogatát!

a)  $y = 0, y = 2, z = 0, z = 2 - 2x^2$

b)  $x^2 = y + z, y = 0, z = 0, x = 2$

9. Számítsuk ki az  $0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n \leq 1$  alakzat  $n$  dimenziós térfogatát.