

# Matematika A2c gyakorlat

Vegyésmérnöki, Biomérnöki, Környezetmérnöki szakok, 2017/18 ősz

## 12. feladatsor: Integráltranszformáció

---

1. Számoljuk ki az alábbi integrálokat.

a)  $\iint_A y^2 dT$ , ahol  $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq y \leq x\}$

b)  $\iint_A x^2 y dT$ , ahol  $A = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}$

c)  $\iint_A 7xy^4 dT$ , ahol  $A = \{(x, y) | 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, x \geq 0, y \geq \sqrt{3}x\}$

2. Számoljuk ki az  $x^2 + y^2 = 1$  egyenletű henger és a  $z = 0$ , valamint a  $z = 2 - x - y$  egyenletű síkok által határolt térrész térfogatát.

3. A  $V$  korlátos térrész határai a  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ , illetve a  $z = 1$  egyenletű felületek. Számítsuk ki az

$$\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dV$$

integrál értékét.

4. Számítsuk ki az  $\iiint_V xyz dV$  integrál értékét, ahol a  $V$  korlátos térrész az  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$  gömb belsejének az  $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$  térfelcsojékba eső része.

### További gyakorló feladatok

5. Számítsuk ki az  $\iint_T \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} dT$  integrál értékét, ha  $T$  az  $4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, x \leq 0, y \geq 0$  egyenlőtlenségekkel adott tartomány.

6. Számítsuk ki az

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$$

integrál értékét. (Útmutatás: írjuk fel az integrál négyzetét, alakítsuk kétváltozós integrállá és térjünk át polárkoordinátákra.)

7. Számoljuk ki a  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  és a  $z = 6 - x^2 - y^2$  egyenletű felületek által határolt korlátos térrész térfogatát.

8. Számoljuk ki az  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$  és a  $\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq \sqrt{3}\sqrt{x^2 + y^2}$  egyenlőtlenségekkel adott térrész térfogatát.