Matematika A2c gyakorlat

Vegyészmérnöki, Biomérnöki, Környezetmérnöki szakok, 2017/18 ősz

14. feladatsor: Fourier-sorok

---

1. Legyen $f(x) = 0$ ha $x \in (-\pi, 0]$, és $f(x) = 2$ ha $x \in (0, \pi]$. Írjuk fel f Fourier-sorát. Mely pontokban állítja elő f Fourier-sora a függvényt?
2. Legyen $f : (0, 2\pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = x$, és terjesszük ki ezt a függvényt periodikusan $\mathbb{R}$-re. Írjuk fel f Fourier-sorát. Mely pontokban állítja elő a Fourier-sor a függvényt? A sorfejtést felhasználva számoljuk ki $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}$ értékét.
3. Legyen $f(x) = 0$ ha $x \in (-\pi, 0]$, és $f(x) = x/2$ ha $x \in (0, \pi]$. Írjuk fel f Fourier-sorát. Mely pontokban állítja elő f Fourier-sora a függvényt?
4. Jelöljük f-fel az abszolútérték-függvény periodikus kiterjesztését a $[-\pi, \pi)$ intervallumról a számegyenesre. Írjuk fel a Fourier-sorát.

További gyakorló feladatok

5. Írjuk fel a következő függvények Fourier-együtthatóit:
   a) $f(x) = 3$
   b) $f(x) = \sin x$
   c) $f(x) = \cos 4x$ (mint 2π szerint periodikus függvény)
   d) $f(x) = x$ ha $x \in (-\pi, \pi]$, 2π szerint periodikusan kiterjesztve
6. Az $f(x) = \operatorname{sgn}(x)$ ($x \in (-\pi, \pi]$) függvény Fourier-sora segítségével határozzuk meg a
$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(2k+1)}{2k+1}$$
sor összegét.
7. Az $f(x) = x$ ($x \in (-\pi, \pi]$) függvény Fourier-sora segítségével határozzuk meg a
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n}$$
sor összegét.
8. Az $f(x) = x^2$ és $g(x) = x^4$ ($x \in (-\pi, \pi]$) függvények Fourier-sorai segítségével határozzuk meg a
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \text{ és } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$$
sorok összegeit.