Matematika A2c gyakorlat

Vegyészmérnöki, Biomérnöki, Környezetmérnöki szakok, 2017/18 ősz

2. feladatsor: Rang, inverz, lineáris egyenletrendszerek

---

1. Számítsuk ki a megadott mátrixok rangját, valamint az A, B mátrixok inverzét, ha létezik.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 & -1 \\ 2 & 0 & 7 & 5 \end{bmatrix}$$

2. Legyen $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} -2 & 4 \end{bmatrix}^T$ és $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 4 & 3 & -2 \end{bmatrix}^T$. Oldjuk meg az előző feladatbeli A és B mátrixokkal az $A\mathbf{x} = \mathbf{a}$ és $B\mathbf{x} = \mathbf{b}$ egyenletrendszereket Gauss-eliminációval illetve inverz mátrix módszerével.
3. Hány független vektor választható ki az alábbiak közül? Mennyi az általuk generált altér dimenziója?

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 \\ 7 \\ 7 \end{bmatrix}$$

4. Oldjuk meg az $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ egyenletrenszert Gauss-eliminációval. Mennyi A rangja?
   a)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \end{bmatrix}$$

   b)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 4 & 4 & 5 \\ 7 & 7 & 8 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 10 \end{bmatrix}$$

5. Hogyan kell az α, β paramétereket megválasztani ahhoz, hogy az

$$\begin{aligned} -y + 2z &= 3 \\ x + 3y &= \beta \\ -2x + \alpha y + z &= 0 \end{aligned}$$

egyenletrendszernek
   a) ne legyen megoldása;
   b) végtelen sok megoldása legyen?

További gyakorló feladatok

6. Számítsuk ki a megadott mátrixok rangját, valamint az A mátrix inverzét, ha létezik.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 5 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 9 & 8 \\ 3 & 4 & 3 & 4 \\ 9 & 8 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

7. Hány független vektor választható ki az alábbiak közül? Mennyi az általuk generált altér dimenziója?

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

8. Oldjuk meg az $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ egyenletrenszert Gauss-eliminációval. Mennyi A rangja?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 6 & 7 \\ 9 & 10 & 11 \\ 13 & 14 & 15 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ 12 \\ 16 \end{bmatrix}$$

9. Legyen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ -3 & 2 & 1 \\ \alpha & 2 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 8 \\ \beta \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}.$$

Hogyan válasszuk meg az α és β paraméterek értékét úgy, hogy az $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ egyenletnek egyértelmű megoldása legyen; végtelen sok megoldása legyen; ne legyen megoldása?