

Matematika A2c gyakorlat

Vegyésmérnöki, Biomérnöki, Környezetmérnöki szakok, 2017/18 ősz

5. feladatsor: Helyettesítés, iránymező, magasabbrendű homogén lineáris differenciálegyenletek

- Oldjuk meg új változó bevezetésével az alábbi differenciálegyenleteket.
 - $y' = \frac{2y^2 + x^2}{xy}$
 - $x^2y' + xy = x^2 + y^2, \quad y(1) = 2$
 - $y' = \frac{1}{x + y}$
- Írjuk fel az $y' = e^{y+2} - x$ differenciálegyenlet izoklínáinak egyenletét, és rajzoljunk fel kettőt. Van-e lokális szélsőértéke a $P_0 = (e, -1)$ ponton áthaladó megoldásnak a P_0 pontban?
- Tekintsük az $y' = (y^2 - 4)x + x - 1$ differenciálegyenletet.
 - A sík mely pontjaiban párhuzamos az iránymező az $y = -x$ egyenessel? Vázoljuk ezeket a pontokat és jelöljük be néhány vonalelemet.
 - Van-e lokális szélsőértéke vagy inflexiós pontja az $(1, 2)$ ponton átmenő megoldásnak ebben a pontban?
- Oldjuk meg az alábbi homogén lineáris állandó együtthatós egyenleteket.
 - $y'' - 8y' + 15y = 0$
 - $y'' - 8y' + 16y = 0$
 - $y'' + 4y' + 13y = 0$
 - $y''' + 2y'' + y' = 0$
 - $y''' + 4y'' + 13y' = 0$
 - $y^{(4)} - y = 0$
- Oldjuk meg az alábbi kezdetiérték-problémákat.
 - $y'' + 2y' + 2y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 1$
 - $y'' + 10y' + 25y = 0, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 7$

További gyakorló feladatok

- Oldjuk meg új változó bevezetésével az $xy' = y(1 + \ln y - \ln x)$ differenciálegyenletet.
- Oldjuk meg az alábbi homogén lineáris állandó együtthatós egyenleteket.
 - $y'' + 2y' = 0$
 - $y'' + 25y = 0$
 - $y^{(4)} - y^{(3)} = 0$
 - $y^{(4)} - y' = 0$
- Oldjuk meg az alábbi kezdetiérték-problémákat.
 - $y'' + 3y' - 4y = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = -4$
 - $y'' + 4y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 4$
- Legyenek $\omega \geq 0$ és $\alpha \geq 0$ valós paraméterek. Oldjuk meg az $y'' + 2\alpha y' + \omega^2 y = 0$ differenciálegyenletet $y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$ kezdeti feltétel mellett. Miben különbözik a megoldás $\alpha > \omega$ és $\alpha < \omega$ esetén?