

Matematika A2c gyakorlat

Vegyésmérnöki, Biomérnöki, Környezetmérnöki szakok, 2017/18 őszi

7. feladatsor: Laplace-transzformáció

1. A definíció alapján számoljuk ki a következő függvények Laplace-transzformáltját.

a) $a(t) = \begin{cases} 1 & \text{ha } t = 11 \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$

b) $b(t) = \begin{cases} 3 & \text{ha } t \in [11, 12] \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$

c) $c(t) = \begin{cases} 1 & \text{ha } t > 11 \\ 0 & \text{ha } t \leq 11 \end{cases}$

d) $d(t) = \begin{cases} t - 11 & \text{ha } t > 11 \\ 0 & \text{ha } t \leq 11 \end{cases}$

2. Keressük meg a következő függvények Laplace-transzformáltját.

a) $7 \sin 3t$

b) $6t^2 + 3t - 2$

c) $t \cos 7t$

d) $e^{2t} \sin 3t$

3. Határozzuk meg a következő függvények inverz Laplace-transzformáltját.

a) $\frac{3}{z} + \frac{1}{z-5} - \frac{7}{z-2}$

b) $\frac{11}{z-3} + \frac{4}{z^2-25}$

c) $\frac{7}{z^2+4}$

d) $\frac{z+4}{z^2+9}$

e) $\frac{3}{z^2+4z+14}$

f) $\frac{4}{z^2+2z}$

g) $\frac{3}{z^3+2z^2}$

4. Oldjuk meg a következő differenciálegyenleteket. (Segítség: vegyük mindkét oldal Laplace-transzformáltját, oldjuk meg az így kapott algebrai egyenletet, majd a megoldásnak keressük meg az inverz Laplace-transzformáltját.)

a) $y' = y, y(0) = 3$

b) $y'' = -y, y(0) = 0, y'(0) = -2$

c) $y' + 7y = 6, y(0) = 0$

d) $y'' + 3y' + 2y = e^{-t}, y(0) = 0, y'(0) = 0$

e) $y'' + 2y' + 5y = 0, y(0) = 1, y'(0) = 0$

5. Oldjuk meg Laplace-transzformációval az alábbi kezdetiérték-problémákat.

a) $x' = x + 4y, y' = 2x - y, x(0) = 2, y(0) = -2$

b) $x' = 2x - 3y, y' = 3x + 2y, x(0) = 1, y(0) = 4$

További gyakorló feladatok

6. Oldjuk meg Laplace-transzformációval a következő differenciálegyenleteket.
- a) $y' = 7y, y(0) = -1$
 - b) $y'' = -y, y(0) = 1, y'(0) = 0$
 - c) $2y' - y = 0, y(0) = 1/2$
 - d) $2y' + y = e^{2t}, y(0) = 1$
 - e) $y' + y = \sin 3t, y(0) = 0$
7. Oldjuk meg Laplace-transzformációval az alábbi kezdetiérték-problémákat.
- a) $x' = 5x - y, y' = 3x + y, x(0) = -1, y(0) = 2$
 - b) $x' = -8y, y' = 2x, x(0) = 1, y(0) = -2$