

Matematika A2c vizsga – 2017. december 18.

A dolgozat megírására 90 perc áll rendelkezésre. Minden feladatnál indokoljon részletesen, indoklás nélkül közölt eredmény nem fogadható el.

Elmélet ($5 \times 2p$)

1. Definiálja a mátrix inverzének fogalmát.
2. Ismertesse a Laplace-transzformált definícióját.
3. Definiálja az iránymenti derivált fogalmát.
4. Mit nevezünk egy többváltozós függvény adott felosztáshoz tartozó alsó és felső integrálközelítő összegén?
5. Definiálja a hatványsorok konvergenciasugarát.

Feladatok ($5 \times 10p$)

1. Számítsa ki az

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 5 \\ -1 & 0 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & 5 & 3 \end{bmatrix}$$

mátrix inverzét.

2. Határozza meg az $(1 + x^2)y' + 2xy = 1 - 5x^4$ differenciálegyenlet általános megoldását.
3. Döntse el, hogy létezik-e a

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{7xy^3 \sin(xy)}{x^2 + y^2} \frac{\sin(xy)}{xy}$$

határérték. Ha igen, adja is meg az értékét.

4. Integrálja az $f(x, y) = x^2y$ függvényt az $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$ tartományon.
5. Legyen

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{ha } x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \\ 0 & \text{ha } x \in [\pi/2, 3\pi/2] \end{cases}$$

2π szerint periodikusan kiterjesztve. Határozza meg f Fourier-sorát. Mely pontokban állítja elő a függvényt a sor?