

Matematika A2c vizsga – 2018. január 5.

A dolgozat megírására 90 perc áll rendelkezésre. Minden feladatnál indokoljon részletesen, indoklás nélkül közölt eredmény nem fogadható el.

Elmélet ($5 \times 2p$)

1. Definiálja a vektorterek dimenzióját.
2. Mit nevezünk szétválasztható differenciálegyenletnek?
3. Mondja ki a Young-tételt.
4. Mondja ki a Fubini-tétel normáltartományra vonatkozó változatát.
5. Ismertesse a Weierstrass-kritériumot.

Feladatok ($5 \times 10p$)

1. A térben az $(1, 5, 3)$, $(1, 4, 2)$ és $(-1, -2, -1)$ vektorok bázist alkotnak. Írja fel a $z = 0$ egyenletű síkra vetítés mátrixát ebben a bázisban.
2. Laplace-transzformáció segítségével oldja meg az

$$x'(t) = -2x(t) + y(t)$$

$$y'(t) = -x(t)$$

differenciálegyenlet-rendszert $x(0) = 1$, $y(0) = 0$ kezdeti feltétel mellett. (Az $f(t) = t^n e^{\alpha t}$ függvény Laplace-transzformáltja $(\mathcal{L}f)(z) = \frac{n!}{(z-\alpha)^{n+1}}$.)

3. Határozza meg az $f(x, y) = e^{-2x^2}(x - y^2)$ függvény lokális szélsőértékeit.
4. Az integrálok sorrendjének felcserélésével számítsa ki

$$\int_0^6 \int_{y/2}^3 e^{x^2} dx dy$$

értékét.

5. Határozza meg a

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n2^n}{n^2 + 1} x^n$$

sor konvergenciatartományát.