

Matematika A2c első ZH – 2017. október 10.

A zárthelyi megírására 45 perc áll rendelkezésre. Minden feladatnál indokoljon részletesen, indoklás nélkül közölt eredmény nem fogadható el.

Elmélet (2p + 3p)

1. Definiálja a lineáris függetlenség fogalmát. Adjon példát az egyváltozós polinomok vektorterében négy vektorból álló lineárisan független rendszerre.
2. Mondja ki a lineáris leképezések kompozíciójának mátrixáról szóló tételt.

Feladatok (3 × 5p)

1. Állapítsa meg, hogy a megadott egyenletrendszernek hány megoldása van az u, v valós paraméterek függvényében.

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1$$

$$x_1 + 5x_2 + 3x_3 = -1$$

$$-2x_1 - 2x_2 + ux_3 = -6$$

$$2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = v$$

2. Határozza meg az

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & -2 \\ 4 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$

mátrix sajátértékeit és sajátvektorait.

3. Határozza meg az $e^{3x}y' = y^2 + 2y + 1$ differenciálegyenlet általános megoldását. Oldja meg az egyenletet $y(0) = 2$ és $y(-5) = -1$ kezdeti feltételek mellett is.