

Matematika A3 gyakorlat

Energetika és Mechatronika BSc szakok, 2016/17 őszi

7. feladatsor: Szukcesszív approximáció, néhány egyenlettípus

1. Számoljuk ki az $y'(x) = y(x)^2 - (x+1)y(x) + 1$ differenciálegyenlet szukcesszív approximációjával kapott első két közelítő függvényt, ha a kezdeti feltétel $y(0) = 1$.
2. Számoljuk ki az $y'(x) = y(x)$ differenciálegyenlet szukcesszív approximációjával kapott első négy közelítő függvényt, ha a kezdeti feltétel $y(0) = 1$.
3. Oldjuk meg az $y' = e^{-y} \sin^2 x$ differenciálegyenletet $y(0) = 0$ kezdeti feltétel mellett.
4. Egy test zuhan függőlegesen a gravitáció és a sebesség négyzetével arányos közegellenállás hatására. A mozgást az $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ magasság-idő-függvény írja le, ami eleget tesz a

$$y''(t) = -g + \alpha y'(t)^2$$

differenciálegyenletnek. A $t = 0$ pillanatban a test áll és $y(0) = h$ magasan tartózkodik. Hogyan mozog ezután?

5. Oldjuk meg az $xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}$ differenciálegyenletet $y(3) = 4$ kezdeti feltétel mellett.

További gyakorló feladatok

6. Számoljuk ki az $y'(x) = \frac{y(x)}{x}$ differenciálegyenlet szukcesszív approximációjával kapott első három közelítő függvényt, ha a kezdeti feltétel $y(1) = 1$.
7. Szukcesszív approximáció segítségével határozzuk meg az $y'(x) = x + y(x)$ differenciálegyenlet $y(0) = 1$ kezdeti feltételhez tartozó megoldását.
8. Határozzuk meg a $(2x+1)y' - 3y = 0$ differenciálegyenlet általános megoldását.
9. Határozzuk meg az $(1+x^2)y' + (1+y^2) = 0$ differenciálegyenlet általános megoldását.
10. Oldjuk meg az $y'' = -2xy'^2$ differenciálegyenletet $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ kezdeti feltétel mellett.
11. Oldjuk meg a $2xyy' = y^2 - x^2$ differenciálegyenletet $y(1) = 1$ kezdeti feltétellel.
12. Oldjuk meg az $xy' = y - x \cos^2 \frac{y}{x}$ differenciálegyenletet.