Matematika A3 első PPZH — A csoport

Energetika és Mechatronika BSc szakok — 2016. december 13.

A feladatok megoldására 90 perc áll rendelkezésre.

Gyakorlat:

Név:

Neptun:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	Σ

1. (3×2p) Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis.
   a) Az $\mathbf{r}(t) = \sqrt{t}\mathbf{i} + t\mathbf{j}$ függvény Lipschitz-folytonos a $[0,1]$ intervallumon.
   b) Ha egy vektormező vektorpotenciálos, akkor bármely zárt görbén 0 az integrálja.
   c) Vektormező görbe menti integráljánál a görbe megfordításakor az integrál nem változik.
2. (4p) Bizonyítsa be, hogy ha $\mathbf{r} : [0,1] \to \mathbb{R}^3$ Lipschitz-folytonos, akkor az általa meghatározott görbe rektifikálható.
3. (8p) Létezik-e skalárpotenciálja az

$$\mathbf{u}(x,y,z) = \frac{2x}{1+x^2+y^2+z^2}\mathbf{i} + \frac{2y}{1+x^2+y^2+z^2}\mathbf{j} + \frac{2z}{1+x^2+y^2+z^2}\mathbf{k}$$

   vektormezőnek? Ha igen, határozzon meg egyet.
4. (8p) Határozza meg az $\mathbf{u}(x,y,z) = (x^2+yz)\mathbf{i} + (2x^2-y^2)\mathbf{j} + (-x^2+z^2)\mathbf{k}$ vektormező integrálját az AB szakasz mentén, ha $A = (1,1,0)$, $B = (5,7,-4)$.
5. (8p) Mennyi az $\mathbf{r}(t) = 2\ln t\mathbf{i} + 2\sqrt{2}t\mathbf{j} + t^2\mathbf{k}$ térgörbe $t \in [1,2]$ darabjának ívhossza?
6. (8p) Hol van a tömegközéppontja az $x^2+y^2+z^2 = 1$ gömbfelület $0 \le y \le x$ egyenlőtlenség által meghatározott darabjának?
7. (8p) Számítsa ki az

$$\mathbf{u}(x,y,z) = (-x^4y^3 - x^6y)\mathbf{i} + (xy^6 + x^3y^4)\mathbf{j}$$

   vektormező integrálját az $x^2+y^2 = R^2$, $z = 0$ egyenletrendszerű görbén pozitív körüljárás szerint (a z tengely pozitív fele felől nézve).