Matematika A3 második PZH — B csoport

Energetika és Mechatronika BSc szakok — 2016. december 6.

A feladatok megoldására 90 perc áll rendelkezésre.

Gyakorlat:

Név:

Neptun:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	Σ

1. (3×2p) Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis.
   a) Az $y' = 2\sqrt{|y|}$ differenciálegyenletnek bármely kezdeti feltétel mellett létezik lokális megoldása.
   b) Ha $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ k-szor folytonosan differenciálható, akkor az $y' = f(x, y)$ differenciálegyenlet megoldásai $k + 1$-szer folytonosan differenciálhatóak.
   c) Bármely inhomogén lineáris differenciálegyenlet-rendszer megoldásai vektorteret alkotnak.
2. (4p) Mondja ki a Picard-Lindelöf-tételt.
3. (8p) Határozza meg az $y' = (\cos x)y$ differenciálegyenlet $y(0) = 1$ kezdeti feltételt kielégítő megoldásának szukcesszív approximációjával kapott n. közelítő függvényt. Mi a függvénysorozat limesze?
4. (8p) Oldja meg a $x^2y' = x^2 + xy - y^2$ differenciálegyenletet $y(1) = 0$ kezdeti feltétel mellett.
5. (8p) Határozza meg a $(2xy^3 + y) + (-x + x^2y^2)y' = 0$ differenciálegyenlet $y(2) = 2$ kezdeti feltételt kielégítő megoldását.
6. (8p) Az
$$y' = -\frac{\cos(xy - 1)}{x^2} - \sin(x)\ln(xy)$$
differenciálegyenlet $y(1) = 1$ kezdeti feltételt kielégítő megoldása $y(x) = \frac{1}{x}$. Határozza meg a megoldás kezdeti feltétel szerinti deriváltját.
7. (8p) Határozza meg az $(x-1)y''-xy'+y = (x-1)^2$ differenciálegyenlet általános megoldását, ha a hozzá tartozó homogén egyenletnek $y_1(x) = x$ és $y_2(x) = e^x$ megoldása.