

Matematika szigorlat G (A3) – 2020. június 10.

Feladatok ($7 \times 10 = 70$ pont)

1. Végezze el az $f(x) = e^{x^3}$ függvény teljes függvényvizsgálatát.
2. Számítsa ki az alábbi integrált.

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^3} dx$$

3. Határozza meg a $\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\sqrt{n}} x^n$ hatványsor konvergenciatartományát.
4. Határozza meg az A^{2020} mátrixot.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -5 & 3 \\ 1 & 2 & -2 \\ -10 & -8 & 3 \end{bmatrix}$$

5. Határozza meg az $\mathbf{r}(t) = e^t \mathbf{i} + e^{-t} \mathbf{j} + \sqrt{2}t \mathbf{k}$ görbe $t \in [-1, 1]$ paraméterértékeknek megfelelő darabjának tömegközéppontját.
6. Határozza meg az $\mathbf{u}(x, y, z) = (2y^2z - 3xz^2)\mathbf{i} + x^2y\mathbf{j} + (2xy^2 + z^3)\mathbf{k}$ vektormező integrálját az $|x| + |y| + |z| = 1$ egyenletű felületen kifelé (az origótól távolodó irányba mutató) irányítás szerint.
7. Oldja meg a $3x^2 - 2xy - 2xy^3 - (1+x^2)(1+3y^2)y' = 0$ differenciálegyenletet $y(4) = 0$ kezdeti feltétel mellett.