

Matematika szigorlat G (A3) – 2020. június 17.

Feladatok ($7 \times 10 = 70$ pont)

1. Határozza meg az alábbi sorozatok határértékét:

$$a_n = n^2 \left(\sqrt{\cos \frac{1}{n}} - 1 \right)$$
$$b_n = \frac{\sqrt{n + \sqrt{n + \sqrt{n}}}}{\sqrt{n + 1}}$$

2. Végezze el az $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{2+x^2}}$ függvény teljes függvényvizsgálatát.
3. Határozza meg a $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+3} x^{2n+1}$ sor összegfüggvényét.
4. Számítsa ki az alábbi integrál értékét.

$$\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} y^2 dy dx$$

5. Integrálja az $\mathbf{u}(x, y) = -\frac{y}{x^2 - y^2} \mathbf{i} + \frac{x}{x^2 - y^2} \mathbf{j}$ vektormezőt az $\mathbf{r}(t) = \cosh(t) \mathbf{i} + \sinh(t) \mathbf{j}$ görbe $t \in [-1, 1]$ paraméterértékeknek megfelelő darabján.
6. Határozza meg az $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, $0 \leq x$, $0 \leq y$, $0 \leq z$ egyenlőtlenség-rendszer által meghatározott alakzat tömegközéppontját.
7. Határozza meg az $x(x+1)y' = 1 + e^y$ differenciálegyenlet általános megoldását.