

Matematika szigorlat G (A3) – 2020. december 17.

Feladatok ($7 \times 10 = 70$ pont)

1. Számítsa ki az alábbi sorozatok határértékét.

$$a_n = \sqrt{n + \sqrt{n}} - \sqrt{n}$$

$$b_n = \left(\cos \frac{1}{n} \right)^{n^2}$$

2. Végezze el az $f(x) = \ln(x^2 + 4x + 5)$ függvény teljes függvényvizsgálatát.

3. Határozza meg a $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n(n-1)}$ sor összegfüggvényét.

4. Számítsa ki az $\int_0^4 \int_{\sqrt{y}}^2 \sqrt{1+x^3} \, dx \, dy$ integrált.

5. Potenciálos-e a $\mathbf{u}(x, y, z) = \frac{x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}}{(x^2 + y^2 + z^2 + 1)(x^2 + y^2 + z^2 + 2)}$ vektoremező?

Ha igen, adja meg egy potenciálfüggvényét.

6. Számítsa ki az $\mathbf{u}(x, y, z) = 2x\mathbf{i} + y\mathbf{j} - z\mathbf{k}$ vektoremező integrálját az $0 \leq z \leq 4 - (x^2 + y^2)$ egyenlőtlenségek által meghatározott alakzat felületén kifelé mutató irányítás mellett.

7. Határozza meg az $y'' + 4y' + 3y = xe^{-2x}$ differenciálegyenlet általános megoldását.