

Matematika szigorlat G (A3) – 2021. január 13.

Feladatok ($7 \times 10 = 70$ pont)

1. Végezze el az $f(x) = x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 12x$ függvény teljes függvényvizsgálatát.
2. Számítsa ki az alábbi integrált.

$$\int \frac{e^x + 1}{e^{2x} + 1} dx$$

3. Határozza meg a $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{1+n^3} x^n$ hatványsor konvergenciatartományát.
4. Adja meg a tér $z = 0$ síkra vonatkozó tükrözésének mátrixát az $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = -\mathbf{i} - \mathbf{j}$, $\mathbf{c} = 4\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - \mathbf{k}$ bázisban, és határozza meg a kapott mátrix sajátértékeit.
5. Integrálja az $\mathbf{u}(x, y, z) = -y\mathbf{i} + x^3\mathbf{j} + \mathbf{k}$ vektormezőt az $\mathbf{r}(t) = \cos t\mathbf{i} + \sin^2 t\mathbf{j} + t\mathbf{k}$ görbe $t \in [0, \pi]$ paraméterértékekenek megfelelő darabján.
6. Határozza meg az $2x(1 + y^2) + (1 + x^2y)y' = 0$ differenciálegyenlet általános megoldását.
7. Oldja meg az $y'' + y = \cos x$ differenciálegyenletet $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ kezdeti feltétel mellett.