

Matematika szigorlat G (A3) – 2021. január 19.

Feladatok ($7 \times 10 = 70$ pont)

1. Számítsa ki az alábbi sorozatok határértékét.

$$a_n = \sqrt{n^2 + n} - \sqrt[4]{n^4 + n^3}$$
$$b_n = \frac{2^{2n+3} - 3^n + n^7 \ln n}{\sqrt{n} - 4^{n-5} + \sqrt[n]{n}}$$

2. Végezze el az $f(x) = 2x - \arcsin x$ függvény teljes függvényvizsgálatát.
3. Határozza meg a $\sum_{n=1}^{\infty} n3^{-n}$ sor összegét.
4. Határozza meg az A mátrix sajátértékeit és sajátvektorait. Létezik-e sajátvektorokból álló bázis (\mathbb{C} felett)?

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -1 & -8 \\ 2 & 1 & -2 \\ 6 & -1 & -6 \end{bmatrix}$$

5. Határozza meg az $\mathbf{r}(t) = t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + \frac{2}{3}t^3\mathbf{k}$ görbe $t \in [0, 1]$ paraméterértékeknek megfelelő darabjának tömegközéppontját.
6. Határozza meg az $\mathbf{u}(x, y, z) = (3x^2y + z^3)\mathbf{i} + (2x^3 + 2yz^2)\mathbf{j} + (2y^2z + 3xz^2)\mathbf{k}$ vektormező integrálját az $\mathbf{r}(t) = 3\cos(t)\mathbf{i} + \sin(t)\mathbf{j}$ görbe $t \in [-\pi, \pi]$ paraméterértékeknek megfelelő darabján.
7. Melyik függvény Laplace-transzformáltja az $F(z) = \frac{z(3 + z^2)}{(1 + z^2)^2}$ függvény?