

Matematika szigorlat G (A3) – 2021. március 2.

Feladatok ($7 \times 10 = 70$ pont)

1. Végezze el az $f(x) = (2 - x^2)e^{-x}$ függvény teljes függvényvizsgálatát.
2. Számítsa ki az alábbi integrált.

$$\int_{-1}^0 \frac{6x + 3}{(x - 1)^2(x + 2)} dx$$

3. Határozza meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right) x^n$ hatványsor konvergenciatartományát.
4. Írja fel a tér z tengely körüli $+\frac{\pi}{4}$ szögű elforgatásának az $\left(\mathbf{i}, \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{j} - \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{k}, \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{j} + \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{k}\right)$ bázisra vonatkozó mátrixát.
5. Integrálja a $\mathbf{v}(x, y, z) = x\mathbf{i} + z\mathbf{k}$ vektormezőt az $x^2 + y^2 + z = 1$ egyenletű felület $z \geq 0$ darabján felfelé mutató irányítás mellett.
6. Oldja meg a $2x + y^3 + (3xy^2 + 1)y' = 0$ differenciálegyenletet $y(1) = 1$ kezdeti feltétel mellett.
7. Határozza meg az $y'' - y = \cosh x$ differenciálegyenlet $y(0) = y'(0) = 0$ kezdeti feltételt kielégítő megoldását.