

**Matematika szigorlat G (A3) – 2021. május 20.**

Feladatok ( $7 \times 10 = 70$  pont)

1. Végezze el az  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2+x^2}}$  függvény teljes függvényvizsgálatát.
2. Számítsa ki az alábbi integrált.

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2+x^2}} dx$$

3. Határozza meg az  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2+x^2}}$  függvény  $x_0 = 0$  középpontú Taylor-sorát és annak konvergenciatartományát.
4. Határozza meg a legfeljebb harmadfokú polinomok terén az  $x^2 + 1, x^2 - 1, x^3 + x, x^3 - x$  bázisban a deriválás (mint lineáris transzformáció) mátrixát, és írja fel a kapott mátrix tizedik hatványát.
5. Hol van a tömegközéppontja az  $\mathbf{r}(t) = e^t \mathbf{i} + e^{-t} \mathbf{j} + \sqrt{2}t \mathbf{k}$  paraméteres egyenletű görbe  $t \in [-1, 1]$  paraméterértékeknek megfelelő darabjának?
6. Határozza meg az  $\mathbf{u}(x, y, z) = y^2 z^3 \mathbf{i} + y^3 z^2 \mathbf{j} + z^3 x^2 \mathbf{k}$  vektormező integrálját az  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  egyenletű felületen kifelé mutató irányítás mellett.
7. Oldja meg az  $xy^2 + (2 + x^2)yy' = 0$  differenciálegyenletet  $y(\sqrt{2}) = \frac{1}{2}$  kezdeti feltétel mellett.