

A feladatok megoldására 90 perc áll rendelkezésre.

Gyakorlat:

Név:

Neptun:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	Σ
----	----	----	----	----	----	----	---

- (3×2p) Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis.
  - Ha egy  $\mathbf{r} : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$  függvény Lipschitz-folytonos, akkor differenciálható is.
  - Ha egy vektormező skalárpotenciálos, akkor bármely zárt irányított felületen 0 az integrálja.
  - Vektormező görbementi integráljánál a görbe megfordításakor az integrál ellentettjére változik.
- (4p) Bizonyítsa be az alábbi parciális integrálási formulát, ahol  $f$  skalármező,  $\mathbf{u}$  vektormező,  $S$  peremes irányított felület:

$$\int_S (f \operatorname{rot} \mathbf{u}) \cdot d\mathbf{A} = \int_{\partial S} f \mathbf{u} \cdot d\mathbf{r} - \int_S (\operatorname{grad} f \times \mathbf{u}) \cdot d\mathbf{A}$$

- (8p) Potenciálos-e az  $\mathbf{u}(x, y, z) = (y + z)\mathbf{i} + (x + z)\mathbf{j} + (x + y)\mathbf{k}$  vektormező? Ha igen, adja meg egy potenciálját.
- (8p) Mi az  $\mathbf{r}(t) = (\sinh t + \cosh t)\mathbf{i} + (\cosh t - \sinh t)\mathbf{j} + \sqrt{2}t\mathbf{k}$  görbe ívhossza a  $t \in [0, \ln 2]$  intervallumon?
- (8p) Számítsa ki az  $M$  tömegű, homogén tömegeloszlású,  $x^2 + y^2 = R^2$ ,  $|z| \leq \frac{h}{2}$  egyenletű hengerpalást tehetetlenségi nyomatékát a koordinátatengelyekre nézve.
- (8p) Határozza meg az  $\mathbf{u} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$\mathbf{u}(x, y, z) = (x^2 + 2xy - xz)\mathbf{i} - y^2\mathbf{j} - 2xz\mathbf{k}$$

vektormező integrálját az origó középpontú  $R = 2$  sugarú gömb felületére kifelé mutató irányítás mellett.

- (8p) Mennyi az  $\mathbf{u}(x, y, z) = (xy + 5z^2)\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} + (xz - y^2)\mathbf{k}$  vektormező integrálja annak a tetraédernek a felületén kifelé mutató irányítás mellett, amelynek csúcsai  $(1, -2, 3)$ ,  $(0, -1, 1)$ ,  $(0, -3, 0)$ ,  $(4, 3, 3)$ ?